



# REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM

<https://revista.amiutem.edu.mx>

## Directorio

Rafael Pantoja R.

Director

Eréndira Núñez P.

Lilia López V.

Lourdes Guerrero M.

Sección: Selección de  
artículos de investigación

Elena Nesterova

Alicia López B.

Verónica Vargas Alejo

Sección: Experiencias  
Docentes

Esnel Pérez H.

Armando López Zamudio

Sección: Geogebra

**ISSN: 2395-955X**

Publicación periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores  
del Uso de Tecnología en Educación Matemática

Volumen V      Número 2      Fecha: Julio-diciembre de 2017

ISSN: 2395-955X

## RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES CON EL USO DE MAPLE 18

<sup>1</sup>Abel Medina Mendoza, <sup>2</sup>Carlos Medina Tello, <sup>1</sup>Pedro Ancheyta  
Bringas

<sup>1</sup>Instituto Tecnológico de Comitán, <sup>2</sup>Instituto Tecnológico de  
Zitácuaro

Tecnológico Nacional de México

[amedina105@hotmail.com](mailto:amedina105@hotmail.com), [cmedinatello@yahoo.com.mx](mailto:cmedinatello@yahoo.com.mx),  
[perico\\_02@hotmail.com](mailto:perico_02@hotmail.com)

Para citar este artículo:

Medina, A., Medina, C., Ancheyta, P. (2017). Resolución de ecuaciones diferenciales con el uso de maple 18. *REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM*. Vol. V, No. 2. Publicación Periódica de la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática. ISSN: 2395-955X. México.

REVISTA ELECTRÓNICA AMIUTEM, Año V, No. 2, Julio-Diciembre de 2017, Publicación semestral editada por la Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C Universidad de Guadalajara, CUCEI, Departamento de Matemáticas, Matemática Educativa. B. M. García Barragán 1421, Edificio V Tercer nivel al fondo, Guadalajara, Jal., S.R. CP 44430, Tel. (33) 13785900 extensión 27759. Correo electrónico: [revista@amiutem.edu.mx](mailto:revista@amiutem.edu.mx). Dirección electrónica: <https://revista.amiutem.edu.mx/>. Editor responsable: Dr. Rafael Pantoja Rangel. Reserva derechos exclusivos No. 042014052618474600203, ISSN: 2395.955X, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática A.C., Antonio de Mendoza No. 1153, Col. Ventura Puente, Morelia Michoacán, C.P. 58020, fecha de última modificación, 10 de julio de 2016. Las opiniones expresadas en los artículos firmados es responsabilidad del autor. Se autoriza la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes siempre y cuando se cite la fuente y no sea con fines de lucro. No nos hacemos responsables por textos no solicitados.

## RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES CON EL USO DE MAPLE 18

Abel Medina Mendoza<sup>1</sup>, Carlos Medina Tello<sup>2</sup>, Pedro Ancheyta Bringas<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto Tecnológico de Comitán, <sup>2</sup>Instituto Tecnológico de Zitácuaro

Tecnológico Nacional de México

[amedina105@hotmail.com](mailto:amedina105@hotmail.com), [cmedinatello@yahoo.com.mx](mailto:cmedinatello@yahoo.com.mx), [perico\\_02@hotmail.com](mailto:perico_02@hotmail.com)

### Resumen

Se presenta una secuencia didáctica de prácticas apoyada por la teoría de registros de representación de Raymond Duval, para la asignatura común de Ecuaciones Diferenciales y su implementación en las carreras de Ingeniería del Tecnológico Nacional de México, en específico en el IT de Comitán, con el uso de MAPLE 18 para facilitar el aprendizaje de la disciplina y contribuir al logro de competencias profesionales en los estudiantes.

**Palabras clave:** Registros de Representación, Ecuaciones Diferenciales, Maple 18, Competencias.

### Introducción

La asignatura de Ecuaciones Diferenciales de los planes de estudio 2009-2010 del Tecnológico Nacional de México (TecNM) cuenta con algunas propuestas de prácticas que son insuficientes para la comprensión de los diferentes temas, no se establece la metodología para su elaboración. Por tal motivo se desarrolla un trabajo para lograr la realización de prácticas que impacten en el aprendizaje y desarrollo de competencias en los estudiantes.

Saucedo (2005) señala que la incorporación de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas, permite a los estudiantes visualizar fenómenos matemáticos, hacer conexiones y realizar experimentos, promoviendo una mejor comprensión en el estudiante del concepto matemático.

El arribo de las nuevas tecnologías sobre todo la calculadora, computadora y uso de software cada día tienen más aceptación como herramientas en el diseño de funciones de enseñanza de las matemáticas (Ortigoza, 2007).

La Matemática Educativa finalmente ha logrado que algunos desarrolladores de software, en conjunción con educadores matemáticos, se hayan abocado a producir software educativo con el propósito principal de ser utilizado para desarrollar actividades que produzcan aprendizaje y desarrollen el pensamiento matemático, mediante archivos con los que interactúen para explorar, conjeturar y finalmente sacar algunas conclusiones, que aunque sean pruebas o demostraciones empíricas, ayudan a que las conclusiones formales sean más accesibles, significativas y posibles de lograr.

Lynch (2006) informa que en Australia, como en el Reino Unido y los EE.UU., los gobiernos han promovido la integración del uso de ordenadores en el plan de estudios de la escuela desde 1980 y en Europa, todos los países tienen una política oficial destinados a promover el uso de tecnologías basadas en la informática para el aprendizaje escolar. En México para ser competentes en la integración adecuada de las TIC en la Práctica Docente y cumplir con lo establecido en la tercera meta que se enmarca en el Plan Nacional de Desarrollo (PND) 2013-2018 “México con Educación de Calidad” resalta que el futuro de México depende en gran medida de lo que hagamos hoy por la educación de nuestros niños y jóvenes. Es fundamental que la nación dirija sus esfuerzos para transitar hacia una Sociedad del Conocimiento. La creación de verdaderos ambientes de aprendizaje, aptos para desplegar procesos continuos de

innovación educativa, requiere de espacios educativos dignos y con acceso a las nuevas tecnologías de la información y comunicación, es necesario innovar el sistema educativo para formular nuevas opciones y modalidades que usen las nuevas TIC (PND, 2013). Por lo que es necesario:

- ✓ Promover la incorporación de las nuevas TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- ✓ Desarrollar una política nacional de informática educativa enfocada a que los estudiantes desarrollen sus capacidades para aprender a aprender mediante el uso de las TIC.
- ✓ Ampliar la dotación de equipos de cómputo y garantizar conectividad en los planteles educativos.
- ✓ Intensificar el uso de herramientas de innovación tecnológica en todos los niveles del sistema educativo.

Es indispensable impulsar el desarrollo y utilización de las TIC en el sistema educativo para apoyar el aprendizaje de los estudiantes, ampliar sus competencias para la vida y favorecer su inserción en la sociedad del conocimiento. El uso didáctico de las TIC, permitirá que México participe con éxito en la sociedad del conocimiento (Secretaría de Educación Pública, 2013).

Se ha llegado a la conclusión de que hay que formar ingenieros competitivos en el ámbito nacional e internacional, para poder enfrentar el reto de la globalización, por ello es necesario reconsiderar, qué, cuánto y cómo se enseña las materias de Ciencias Básicas (ANFEI, 2007). Por ello se ha venido proponiendo una reforma a los cursos de introducción a las ecuaciones diferenciales, donde gracias a diversos programas computacionales, que permiten visualizar campos de direcciones, curvas de solución, y la expresión algebraica de las soluciones de algunas ecuaciones diferenciales, Moreno y Laborde (2003) han mostrado que es posible mejorar el aprendizaje de dichas ecuaciones.

Barrera, Téllez, León y Amaya (2011) en su trabajo de investigación complementaron la práctica docente ordinaria con una interacción ordenada del uso de las herramientas tecnológicas (manejo de software) para una comprensión significativa de la solución de una ecuación diferencial.

Muchas de las ecuaciones diferenciales de significancia práctica no se pueden resolver usando métodos analíticos de cálculo, por lo que se necesitan aproximaciones numéricas (Ascheri y Pizarro, 2010).

El uso del MAPLE es una herramienta didáctica valiosa, ya que además de proveer de visualizaciones y cómputo simbólico cuentan con funciones específicas para la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias (Ortigoza, 2007).

Existen soluciones de ecuaciones diferenciales que no se pueden encontrarse, ni inventar un método para resolverla analíticamente. Zill y Cullen (2009) mencionan que esto no es tan malo como se podría pensar, ya que la ecuación diferencial en sí misma a veces puede “decirnos” concretamente como se “comportan” sus soluciones, esto es, mediante el dibujo del campo direccional, nada más que es tardado, por ello es más eficiente realizarlo usando un paquete computacional como lo es el MAPLE.

Por ello, la utilización de los recursos como el software MAPLE, permiten trazar un puente entre la realidad y lo abstracto por medio del método del descubrimiento, para mejorar la motivación y desarrollar el aprendizaje mediante la interacción activa del estudiante.

La elaboración de material didáctico para la realización de prácticas, haciendo uso de un programa computacional como lo es el MAPLE 18 y aplicarlo como recurso didáctico en la materia de Ecuaciones Diferenciales, ha contribuido a desarrollar y ejercitar las habilidades de los estudiantes para mayor **comprensión y aprendizaje** de temas, como: la interpretación geométrica de las ecuaciones diferenciales de primer orden, solución de ecuaciones diferenciales de primero y segundo orden, solución de ecuaciones diferenciales de orden “n” mediante la transformada de Laplace y solución de un sistema de ecuaciones diferenciales.

Establecer en el proceso educativo, estrategias didácticas soportadas por las Tecnologías de la Información y Comunicación, benefician el desarrollo de competencias específicas y genéricas en los estudiantes, que los ayudará para su aprendizaje durante toda la vida para dar solución a problemas del entorno.

A principios del año 2011 los docentes de la Academia de Ciencias Básicas, para ser competentes en la integración adecuada de las tecnologías de la información en las prácticas docentes y cumplir con lo establecido en el Plan Nacional de Desarrollo y Plan Sectorial de Educación 2007-2012, con respecto a la inclusión de las TIC para la calidad educativa y estimular el aprendizaje, cursamos el Diplomado “Aplicación de Software en la Enseñanza de las Ciencias Básicas”, en donde para la disciplina de Matemáticas se hace uso del software MAPLE. A la fecha se ha continuado con la capacitación profesional en el uso de las TIC para ser competentes como lo marca el Plan Nacional de Desarrollo (PND) 2013-2018 “México con Educación de Calidad”.

### Objetivo

Por ello el objetivo del presente trabajo es mostrar una secuencia didáctica de prácticas, apoyada por la teoría de registros de representación de Raymond Duval, para la asignatura de Ecuaciones Diferenciales y su implementación para facilitar el aprendizaje de la disciplina y contribuir al logro de competencias profesionales en los estudiantes.

### Marco Teórico

Para orientar el trabajo fue necesario hacer una búsqueda de cómo la Matemática Educativa ha logrado buenos resultados para el aprendizaje de las Matemáticas, en específico de las Ecuaciones Diferenciales:

Duval (1999) señala que el campo del aprendizaje de las matemáticas, involucra un análisis de procesos cognitivos como es la conceptualización; estos procesos requieren de la utilización de sistemas de representación diferentes a los del lenguaje natural, ya sea algebraico, geométrico, gráfico, simbólico, tabular, esquemas, imágenes... *“que toman el estatus de lenguajes paralelos al lenguaje natural para expresar las relaciones y las operaciones”*

Nieto, Viramontes, y López (2009) comentan que para tener acceso al conocimiento matemático, es necesario que los objetos sean representados de diferentes formas. Los objetos matemáticos tienen diferentes registros de representación, tales como: **algebraico, numérico y gráfico o geométrico.**

Loya, Flores y Terrazas (2011) comentan que un gran número de docentes convergen en afirmar, que la solución de problemas de cálculo y específicamente de ecuaciones

diferenciales es aun simbólica en sus procedimientos, dejando a un lado lo gráfico, lo numérico o la combinación de más de uno de ellos.

Una de las problemáticas con la que cuenta la enseñanza de esta disciplina y sobre todo en Ecuaciones Diferenciales es que, aún hoy, predomina el enfoque algebraico (Morales y Salas, 2010).

Por ello **la Matemática Educativa** recomienda el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación, que constituyen una herramienta para la incursión de la nueva metodología de enseñanza, ya que los estudiantes actuales están inmersos en todo lo relacionado con la tecnología y puede contribuir al incremento de la motivación para el desarrollo de competencias y aprendizaje significativo.

### Metodología

Sabedor de que el docente es la persona que desempeña el papel más importante en la tarea de ayudar a los estudiantes a adquirir capacidades y habilidades, mediante el diseño de escenarios de aprendizaje. Se determina la elaboración de una secuencia didáctica de prácticas para fortalecer el enfoque numérico y gráfico acorde a la Teoría de Duval, haciendo uso del Software MAPLE 18 bajo el siguiente procedimiento:

- ✓ Análisis del Perfil de egreso del estudiante (Seleccionar y aplicar herramientas matemáticas para el modelado, diseño y desarrollo de tecnología computacional).
- ✓ Competencia específica de la materia (Identificar, modelar y manipular sistemas dinámicos para predecir comportamientos, tomar decisiones fundamentadas y resolver problemas)
- ✓ Intención didáctica y contenido programático.

Considerando la intención didáctica y el contenido de cada una de las unidades del programa de estudios Ecuaciones Diferenciales (TecNM, 2014), se implementan las siguientes prácticas para incentivar el aprendizaje en los estudiantes, como se indica en la tabla 1.

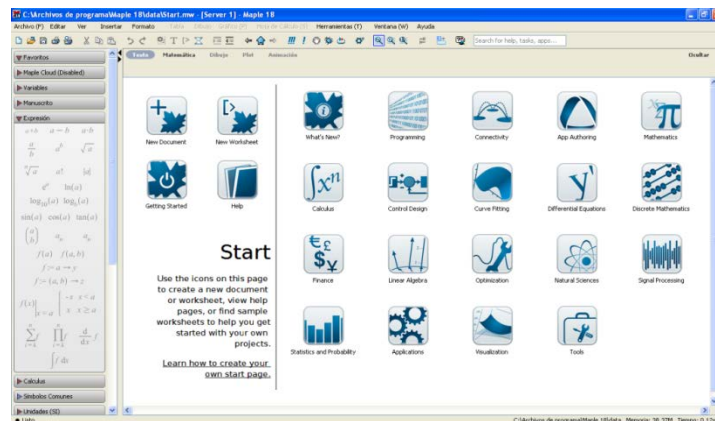
Tabla 1. *Intención Didáctica y práctica correspondiente a cada unidad*

Intención Didáctica	Nombre de la práctica
<b>Unidad I</b> Se pretende que el estudiante desarrolle las competencias para resolver problemas que puedan ser modelados con una ecuación diferencial de primer orden.	<b>Práctica 1</b> “Interpretación Geométrica de la Ecuación Diferencial de Primer Orden y su solución” <b>Práctica 2</b> “Aplicaciones de las Ecuaciones Diferenciales de primer orden”
<b>Unidad II</b> Se estudian las ecuaciones diferenciales de orden superior, modelando Circuitos Eléctricos RLC.	<b>Práctica 3</b> “Solución analítica y gráfica de Ecuaciones Diferenciales de orden superior” <b>Práctica 4</b> “Aplicaciones de las Ecuaciones Diferenciales de orden superior”

<p><b>Unidad III</b> Se aborda la Transformada de Laplace con la intención de proveer de una herramienta que facilite y amplíe su capacidad para resolver problemas modelados a través de ecuaciones diferenciales lineales con condiciones iniciales.</p>	<p><b>Práctica 5</b> “Transformada de Laplace Directa”</p> <p><b>Práctica 6</b> “Transformada de Laplace Inversa”</p> <p><b>Práctica 7</b> “Solución de una Ecuación Diferencial mediante la Transformada de Laplace”</p>
<p><b>Unidad IV</b> Se tratan los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales para extender el campo de aplicación a problemas que involucran más de una variable dependiente en procesos simultáneos (Análisis de mallas de circuitos eléctricos).</p>	<p><b>Práctica 8</b> “Solución de un Sistema de Ecuaciones Diferenciales.”</p>

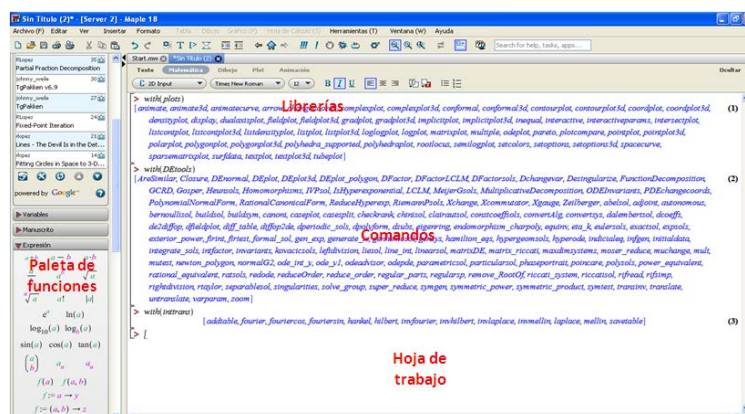
## Ejemplos de aplicación de la práctica

Primeramente se da una explicación de las funciones básicas para el desarrollo de las prácticas propuestas en la ventana principal del MAPLE 18, tal como se muestra.



*Figural.* Ventana Principal del MAPLE 18.

Enseguida se les proporciona las librerías y comandos a utilizarse: *with(plots)*, *with(DEtools)* y *with(inttrans)*.



*Figura2.* Librerías y comandos a utilizarse del MAPLE 18



Se desarrollan las prácticas propuestas acordes al avance programático de la asignatura.

Proporcionando las prácticas que tendrán que ir realizando conforme se indica en el formato siguiente:

Ciencias Básicas Ecuaciones Diferenciales	
Estudiante:	
Carrera/Semestre:	
Correo electrónico:	
Fecha:	
Reporte de la práctica	
Número y Nombre de la práctica:	
Objetivo:	
Instrucciones:	
Procedimiento:	
Ejercicios:	
Problemas de aplicación:	
Conclusiones:	

*Figura 3.* Formato de las prácticas

Al final de cada práctica, el estudiante reporta las actividades solicitadas en el formato en archivo digital, fomentando con ello la cultura del cuidado del medio ambiente y uso de las TIC, competencias genéricas importantes para el perfil profesional.

Ejemplos de la aplicación de la secuencia didáctica:

En la primera unidad del programa es importante que el estudiante comprenda la definición y su interpretación geométrica de una Ecuación Diferencial de Primer orden, así como obtener la solución de Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden a través de diferentes aplicaciones. La Ecuación Diferencial de primer orden nos genera un campo direccional que nos permite visualizar las diferentes soluciones sin resolverla analíticamente. Dibujar a mano un campo direccional es directo pero tardado; por eso es probable que en la vida solo una o dos veces se realice esta tarea, pero generalmente es más eficiente realizarlo usando un paquete computacional (Zill y Cullen, 2009), en nuestro caso el MAPLE 18.

A partir de éste momento se le brinda al estudiante un elemento de apoyo, con la finalidad de visualizar el comportamiento de una Ecuación Diferencial y sus diferentes soluciones para verificarlo de manera analítica, lográndose con ello la motivación y el gusto por las matemáticas al utilizar software con el apoyo de las TIC.

Como resultado de practica 1 del manual propuesto, el estudiante logra visualizar el campo direccional y su solución (de acuerdo a condiciones iniciales dadas) de una Ecuación Diferencial de Primer Orden. Observándose diferentes representaciones con el uso del software MAPLE 18.

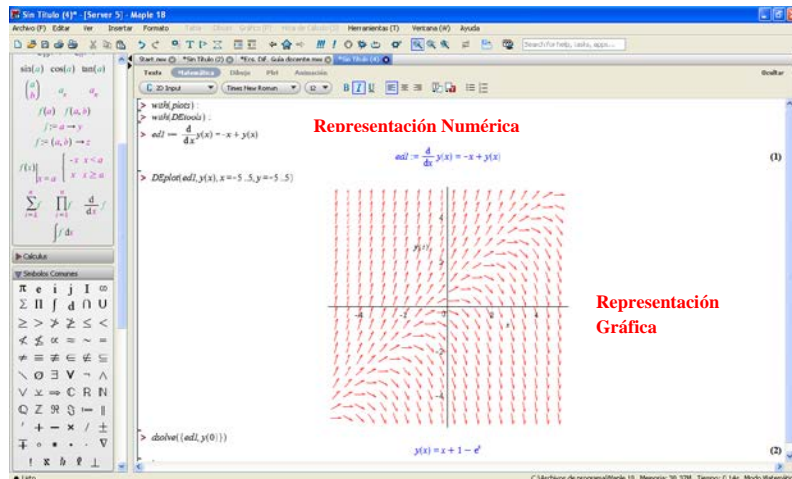


Figura 4. Campo de direcciones de la Ecuación Diferencial.

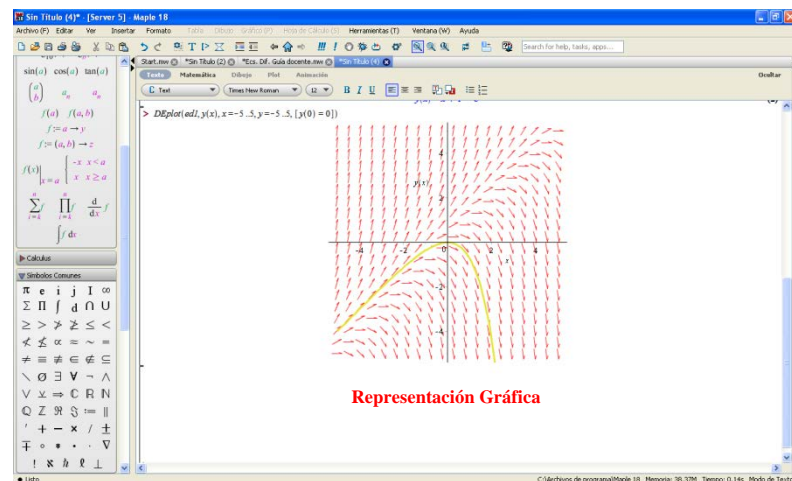


Figura 5. Campo de direcciones y solución de la Ecuación Diferencial.

En la práctica 2, el estudiante logra obtener la solución de una Ecuación Diferencial de Primer Orden a través de diferentes aplicaciones. Observándose diferentes representaciones con el uso del software MAPLE 18.

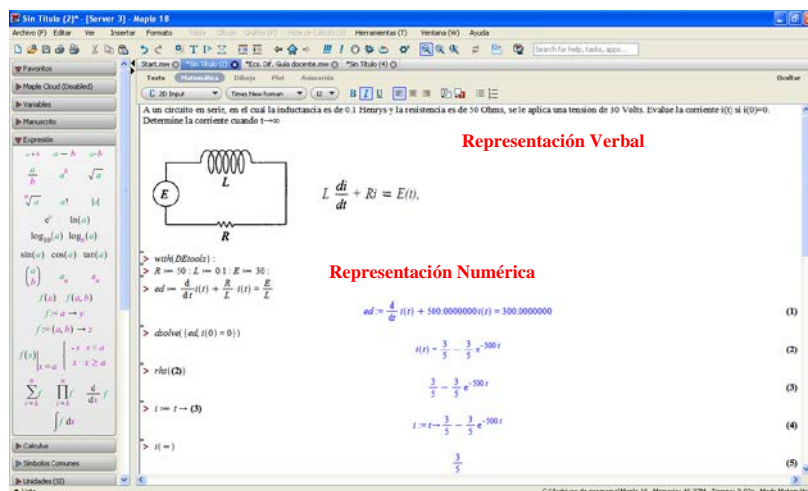


Figura 6. Problemas de aplicación (circuito RL en serie).



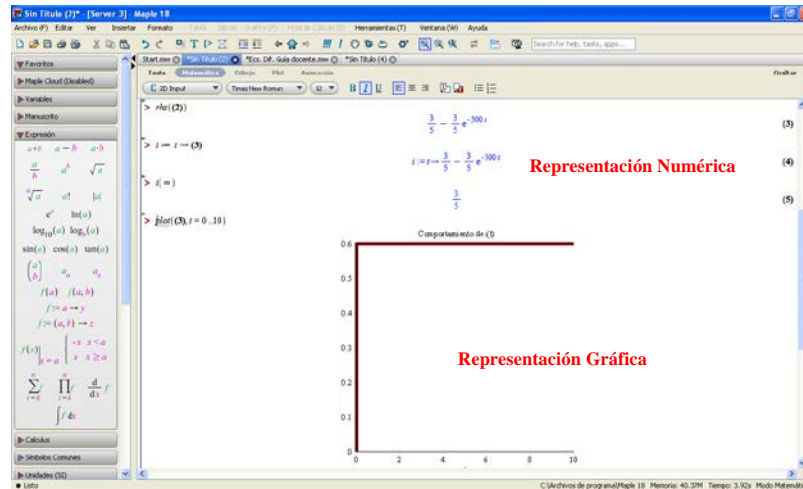


Figura 7. Solución gráfica de una ED de primer orden (comportamiento de la corriente en cualquier instante del tiempo).

## Resultados

Para valorar el impacto de la implementación de la secuencia de prácticas, en un grupo de 24 estudiantes del IV semestre de la carrera de Ingeniería en Sistemas Computacionales, en parejas realizaron la práctica 1, obteniéndose los siguientes resultados:

- ✓ 100% de los estudiantes resolvió de manera adecuado lo solicitado.
- ✓ El tiempo promedio en que resolvieron los problemas fue de 5 minutos.
- ✓ El 100% de los estudiantes manifestaron interés y en ningún momento se mostraron apáticos.



Imagen 1. Interpretación geométrica a mano de la Ecuación Diferencial.

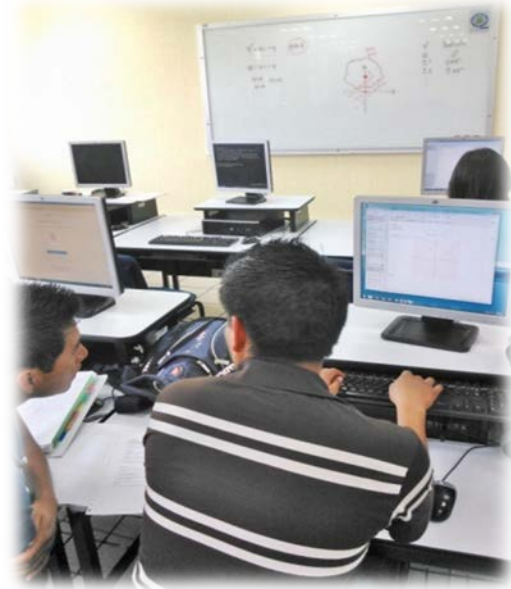


Imagen 2. Interpretación geométrica mediante el uso del software Maple de la Ecuación Diferencial

## Conclusiones

- ✓ Utilizar diferentes registros de representación, como lo menciona Duval en su teoría, ocupa un lugar determinante en el aprendizaje de las matemáticas.
- ✓ Con la aplicación del MAPLE, se incentiva el aprendizaje de los estudiantes creando un escenario dinámico para el aprendizaje, pasando de la enseñanza abstracta al aprendizaje significativo.
- ✓ Con la aplicación de la secuencia didáctica mediante las prácticas se logra la intención didáctica y por consiguiente se contribuye al desarrollo de las competencias específicas.
- ✓ El estudiante al hacer uso del software, apoyándose en las TIC, desarrolla competencias genéricas.
- ✓ El trabajo en equipo permitió realizar la práctica de manera colaborativa, existiendo la retroalimentación de pares para la comprensión e interpretación de conceptos.

## Referencias Bibliográficas

- ANFEI. (2007). *Ingeniería México 2030: Escenarios del Futuro*. México.
- Ascheri, M.E., y Pizarro, R.A. (2010). Propuesta para la enseñanza de la resolución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias utilizando OCTAVE. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de la Pampa, Santa Rosa, Argentina. Recuperado el 8 de Mayo de 2014 de <http://www.uncoma.edu.ar/academica/seadi/documentos/03.pdf>
- Barrera, J., Téllez, P., León, I. y Amaya, T. (2012). Resolución de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de Primer Orden con Derive: De la solución algebraica a la solución gráfica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 1425-1433.
- Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano. *Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali: Universidad del Valle, Colombia.
- Loya, A., Flores, S. y Terrazas, S. (2011, septiembre). *Enseñanza-Aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*. Trabajo de investigación presentado en el 4º. Congreso Internacional de Investigación, Chihuahua, México.
- Lynch, J. (2006). Assessing Effects of Technology usage on Mathematics Learning. *Mathematics Education Research Journal*, 29-43.
- Morales, Y. y Salas, O. (2010). Incorporación de la Tecnología para la Enseñanza y Aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO). *Revistas Académicas de la Universidad de Costa Rica*, 155-172.
- Moreno, J. y Laborde, C. (2003). Articulation entre cadres et registres de représentation des équations différentielles dans un environnement de géométrie dynamique. *Actes du Congrès Européen ITEM*, Reims, France.
- Nieto, N., Viramontes, J. y López, F. (2009). ¿Qué es Matemática Educativa? *Culcyt/Educación Matemática*, 16-21.
- Ortigoza, G. (2007). Resolviendo ecuaciones diferenciales ordinarias con Maple y Mathematica. *Revista Mexicana de Física*, 155-167.

- PND. (2013). *Llevar a México a su máximo potencial*. Recuperado el 21 de Mayo de 2013, de <http://pnd.gob.mx/>
- Saucedo, R. (2005). La exploración de una ecuación diferencial con la ayuda de Voyage 200 y el CBL. *Innovaciones Educativas*, 10-11.
- Secretaría de Educación Pública. (13 de Diciembre de 2013). *Diario Oficial de la Federación*. Recuperado el 10 de Abril de 2014, de Programa Sectorial de Educación 2013-2018: [http://www.dof.gob.mx/nota\\_detalle\\_popup.php?codigo=5326569](http://www.dof.gob.mx/nota_detalle_popup.php?codigo=5326569)
- TecNM. (2014). *Planes de estudio 2009-2010*. Recuperado el 7 de Enero de 2015, de <http://www.tecnm.mx/docencia/planes-de-estudio-2009-2010>
- Waterloo Maple. (2010). *Maple User Manual*. Canada: Maplesoft.
- Zill, D. y Cullen, M. (2009). *Ecuaciones Diferenciales*. México: Cengage Learning Editores.